

**Рабочая дополнительная общеразвивающая программа
естественно-научной направленности
«Математическая вертикаль»**

Учебные пособия:

1. Сборник элективных курсов. Математика 8-9 классы/М. Е. Козина.- Волгоград: Учитель, 2007. – 137с.
2. Алгебра-8: учебник/автор: Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.Н. Нешков, С.Б. Суворова, «Просвещение», 2019.
3. Алгебра-9: учебник/ автор: Ю.Н.Макарычев, К.И.Нешков, С.Б.Суворова, «Просвещение», 2019 год
4. Математика.10-11 классы. Функции помогают уравнениям: элективный курс / авт.-сост. Ю.В. Лепехин. – Волгоград: Учитель, 2011. – 188с.
5. Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации. Учебное пособие/ А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Яценко и др.; под ред. И. В. Яценко; Московский Центр непрерывного математического образования. - Москва: «Интеллект-Центр», 2021

Составитель: учитель математики МБОУ «СОШ №39» г. Чебоксары
Дубова Полина Сергеевна

Исполнители:

Количество часов:

Класс	Количество часов	
	в неделю	в год
	2	50

Пояснительная записка

Программа дополнительной общеразвивающей естественно-научной направленности «Математическая вертикаль» составлена на основе авторской программы заслуженного учителя РФ М. Е. Козиной «Функция: просто, сложно, интересно», а также дополнительных глав к учебникам «Алгебра 8» и «Алгебра 9» Ю. Н. Макарычева и др., выходящих за рамки школьной программы.

Профильное обучение в старших классах давно стало требованием времени, но переход к нему достаточно труден. Данный курс призван помочь школьникам объективно оценить свои способности к обучению по различным профилям, осуществить выбор профиля, соответствующего способностям и интересам, дать возможность обучающимся «вгрызться» в математику и ощутить вкус к ней, почувствовать её красоту, обнаружить в себе математические способности, помочь подготовиться к участию в математических олимпиадах. Данный курс представляется особенно актуальным и современным, так как расширяет и систематизирует знания учащихся, готовит их к более осмысленному пониманию теоретических сведений и применению их на практике.

Курс «Математическая вертикаль» позволит углубить и расширить знания обучающихся по истории возникновения понятия «Функция», их свойствам, содержит темы по геометрическому преобразованию графиков, а также построению графиков с модулем, кусочно-линейных функций, представления дроби в виде суммы дробей, преобразования двойных радикалов, по целым уравнениям и системам уравнений второй степени с двумя переменными, по методу математической индукции. Данный курс помогает в выработке у обучающихся навыков умственного труда и привития интереса к математике, что даст им возможность осознанно выбрать профиль в старшей школе.

Программа платной дополнительной образовательной услуги курса «Математическая вертикаль» в 9 классе предусматривает 2 час в неделю, итого 50 часов в год. Количество учебных недель -25.

1. Планируемые результаты освоения дополнительной общеразвивающей программы естественно-научной направленности «Для тех, кто хочет знать больше»

1.1. Личностные результаты

1. Готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; готовность и способность осознанному выбору и построению дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учетом устойчивых познавательных интересов.
2. Формирование ответственного отношения к учению.
3. Формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира.
4. Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания.
5. Освоенность социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах. Участие в школьном самоуправлении и общественной жизни в пределах возрастных компетенций.
6. Формирование ценности здорового и безопасного образа жизни; правил поведения на транспорте и на дорогах.

2. Метапредметные результаты

2.1. Регулятивные УУД

1. Умение самостоятельно определять цели обучения, ставить и формулировать новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности. Обучающийся сможет:
 - анализировать существующие и планировать будущие образовательные результаты;
 - идентифицировать собственные проблемы и определять главную проблему;
 - выдвигать версии решения проблемы, формулировать гипотезы, предвосхищать конечный результат;
 - ставить цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей;
 - формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели деятельности;
 - обосновывать целевые ориентиры и приоритеты ссылками на ценности, указывая и обосновывая логическую последовательность шагов.

2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:

- определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- выбирать из предложенных вариантов и самостоятельно искать средства/ресурсы для решения задачи/достижения цели;
- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.

3. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Обучающийся сможет:

- определять совместно с педагогом и сверстниками критерии планируемых результатов и критерии оценки своей учебной деятельности;
- систематизировать (в том числе выбирать приоритетные) критерии планируемых результатов и оценки своей деятельности;
- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.

4. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения. Обучающийся сможет:

- определять критерии правильности (корректности) выполнения учебной задачи;
- анализировать и обосновывать применение соответствующего инструментария для выполнения учебной задачи;

- свободно пользоваться выработанными критериями оценки и самооценки, исходя из цели и имеющихся средств, различая результат и способы действий;
- обосновывать достижимость цели выбранным способом на основе оценки своих внутренних ресурсов и доступных внешних ресурсов;
- фиксировать и анализировать динамику собственных образовательных результатов.

5. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной. Обучающийся сможет:

- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;

2.2. Познавательные УУД

1. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) и делать выводы. Обучающийся сможет:

- выделять общий признак двух или нескольких предметов или явлений и объяснять их сходство;
- объединять предметы и явления в группы по определенным признакам, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;

выделять явление из общего ряда других явлений;

- строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;
- строить рассуждение на основе сравнения предметов и явлений, выделяя при этом общие признаки;
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;
- делать вывод на основе критического анализа разных точек зрения, подтверждать вывод собственной аргументацией или самостоятельно полученными данными.

2. Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:

- обозначать символом и знаком предмет и/или явление;
- определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме;
- создавать абстрактный или реальный образ предмета и/или явления;
- строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа ее решения;
- создавать вербальные, вещественные и информационные модели с выделением существенных характеристик объекта для определения способа решения задачи в соответствии с ситуацией;
- преобразовывать модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область;
- переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;
- строить схему, алгоритм действия, исправлять или восстанавливать неизвестный ранее алгоритм на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм;
- строить доказательство: прямое, косвенное, от противного.

3. Смысловое чтение. Обучающийся сможет:

- находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности);
- ориентироваться в содержании текста, понимать целостный смысл текста, структурировать текст;
- резюмировать главную идею текста.

5. Развитие мотивации к овладению культурой активного использования словарей и других поисковых систем. Обучающийся сможет:

- определять необходимые ключевые поисковые слова и запросы;
- осуществлять взаимодействие с электронными поисковыми системами;
- соотносить полученные результаты поиска со своей деятельностью.

2.3. Коммуникативные УУД

1. Умение организовывать учебное сотрудничество и общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. Обучающийся сможет осуществлять совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе:

- определять возможные роли в совместной деятельности;
- принимать позицию собеседника, понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории;

- определять свои действия и действия партнера, которые способствовали или препятствовали продуктивной коммуникации;
- строить позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности;
- корректно и аргументированно отстаивать свою точку зрения, в дискуссии уметь выдвигать контраргументы, перефразировать свою мысль (владение механизмом эквивалентных замен);
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
- организовывать учебное взаимодействие в группе.

2. Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих мыслей; владение устной и письменной речью. Обучающийся сможет:

- отбирать и использовать речевые средства в процессе коммуникации с другими людьми (диалог в паре, в малой группе и т. д.);
- представлять в устной или письменной форме развернутый план собственной деятельности;
- соблюдать нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей;
- принимать решение в ходе диалога и согласовывать его с собеседником;
- использовать вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления;
- использовать невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством учителя.

3. Формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее – ИКТ). Обучающийся сможет:

- целенаправленно искать и использовать информационные ресурсы, необходимые для решения учебных и практических задач с помощью средств ИКТ;
- использовать компьютерные технологии (включая выбор адекватных задаче инструментальных программно-аппаратных средств и сервисов) для решения информационных и коммуникационных учебных задач, в том числе: вычисление, докладов, рефератов, создание презентаций и др.;
- использовать информацию с учетом этических и правовых норм;
- создавать информационные ресурсы разного типа и для разных аудиторий, соблюдать информационную гигиену и правила информационной безопасности.

Предметные результаты

Глава 1. История понятия функция

Обучающийся научится:

- понимать исторический путь понятия функция.

Обучающийся получит возможность научиться:

- описывать исторический путь понятия функция, определять понятие функции, которые формулировали ученые математики XII-XIII веков (Г. Лейбниц, И. Бернулли, Л.Эйлер, Ж.-Б. Фурье, Н. И. Лобачевский, Дирихле);
- давать определение функции через понятия: отображение, соответствие, преобразование, оператор;
- придумывать различные степени интенсивности качеств по Оресму.

Глава 2. Способы задания функции

Обучающийся научится:

- различать способы задания функции: табличный, графический, аналитический;
- решать несложные практические задачи по нахождению: тормозного пути на мокром асфальте или гололеде, наибольшую электрическую проводимость.

Обучающийся получит возможность научиться:

- задавать функции различными способами: табличным, графическим, аналитическим;
- осуществлять эвристические пробы по переходу от одного способа задания функции к другому;
- составлять формулу стоимости оборудования,
- задавать формулой функции по таблицам значений функций и по графикам функций;
- определять область определения и множество значений функций, содержащих переменную под знаком модуля, под корнем, в знаменателе.

Глава 3. Свойства функций

Обучающийся научится:

- формулировать понятия четности и нечетности, монотонности, ограниченности функций;
- определять четность функции.

Обучающийся получит возможность научиться:

- определять пределы ограниченности функций, содержащих переменную под знаком модуля, под корнем, в знаменателе;
- составлять схему исследования функции;
- использовать свойства функции при исследовании функций.

Глава 4. Графики функций

Обучающийся научится:

- видеть практическое применение исследования функций при решении уравнений;

- строить графики содержащих переменную под знаком модуля, под корнем, в знаменателе; дробно-линейных функций; кусочных функций;
- изучить метод линейного сплайна построения графиков функций.

Обучающийся получит возможность научиться:

- строить графики содержащих линейное выражение с переменной под знаком модуля, под корнем, в знаменателе; кусочных функций;
- применять метод линейного сплайна построения графиков функций;
- использовать свойства функции при исследовании функций;
- применять график функции при решении нестандартных задач с параметром.

Глава 5. Графики улыбаются

Обучающийся научится:

- творчески применять полученные знания о функции в дидактической игре; проводить презентацию проекта по созданию своего графика функции.

Обучающийся получит возможность научиться:

- создать проект своего графика функции.

Глава 6. Преобразование двойных радикалов

Обучающийся научится:

- определять двойной радикал как выражения $\sqrt{a + b\sqrt{c}}$, где a, b, c - некоторые числа;
- освободиться от внешнего радикала, когда выражение, стоящее в двойном радикале под знаком внешнего радикала, представляет собой полный квадрат.

Обучающийся получит возможность научиться:

- освободиться от внешнего радикала методом неопределенных коэффициентов;
- освободиться от внешнего радикала по формуле двойного радикала;
- преобразовывать выражения с переменными с применением освобождения от двойного радикала.

Глава 7. Некоторые приемы решения целых уравнений и систем уравнений второй степени с двумя переменными

Обучающийся научится:

- формулировать теоремы о корне многочлена и о целых корнях целого уравнения;
- решать уравнения с одной переменной третьей и более высокой степени помощью нахождения делителя свободного члена уравнения;
- решать некоторые системы уравнений второй степени с двумя переменными с помощью разложения на множители многочлена, сведению системы двух уравнений второй степени с двумя переменными к решению равносильной ей совокупности двух систем, для каждой из которых нетрудно найти соответствующее множество решений.

Обучающийся получит возможность научиться:

- решать уравнения с одной переменной третьей и более высокой степени помощью введения новой переменной;

- решать уравнения с одной переменной третьей и более высокой степени опираясь на графические представления, свойства функций;
- решать симметричные системы уравнений второй степени с двумя переменными путем введения новых переменных.

Глава 8. Метод математической индукции

Обучающийся научится:

- понимать принципы метода математической индукции;
- понимать применение метод математической индукции при доказательстве справедливости выведенной Архимедом формулы $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Обучающийся получит возможность научиться:

- применять метод математической индукции в задачах на суммирование, делимость;
- переходить от рекуррентного способа задания последовательности к заданию этой последовательности формулой n-го члена.

Содержание курса

- **История понятие «функция» (2 часа)**

Исторический путь понятия «функция». Математики, которые внесли особый вклад в данное понятие. Определение функции через понятия: отображение, соответствие, преобразование, оператор. Различные степени интенсивности качеств по Оресму.

- **Способы задания функции (2 часа)**

Определение функции, графика функции. Способы задания функций: графический, аналитический, табличный, параметрический, словесный. Область определения функции. Область значений функции. Примеры на нахождение области определения и множества значений функции. Использование области определения функций при решении иррациональных, дробно рациональных уравнений.

- **Свойства функций (4 часа)**

Четные и нечетные функции. Периодические функции. Монотонность функций. Ограниченность функции. Исследование функции элементарными способами. Применение известных свойств при исследовании более сложных функций и при решении задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Эвристические пробы по нахождению множества значений функции.

- **Графики функций (23 часа)**

Практическое применение предварительного исследования функций, заданных формулами для наглядного представления их с помощью графиков и более подробного исследования с его помощью. Простейшие преобразования для построения сложных графиков. Применение простейших преобразований к построению графиков с модулем. Построение графиков кусочно-заданных функций, дробно-линейной функции. Метод линейного сплайна для построения графиков, содержащих модуль; его применение в простых ситуациях. Построение графиков в практической ситуации при решении уравнений. Графики функций при решении задач с параметром.

- **Графики улыбаются (4 часа)**

Дидактическая игра «Восхождение на вершину знаний». Презентации проектов «Графики улыбаются».

- **Преобразование двойных радикалов (4 часа)**

Способы преобразования двойных радикалов. Способы преобразования двойных радикалов: с помощью алгебраических действий в некотором выражении, содержащем двойные радикалы; приведение подкоренного выражение к полному квадрату; по формулам сложного радикала.

- **Некоторые приемы решения целых уравнений и систем уравнений второй степени с двумя переменными (9 часов)**

Теоремы о корне многочлена и о целых корнях целого уравнения. Уравнения с одной переменной третьей и более высокой степени. Системы уравнений второй степени с двумя переменными. Симметрические системы уравнений второй степени с двумя переменными.

- **Метод математической индукции (2 часа)**

Метод математической индукции. Формула Архимеда. Метод математической индукции в задачах на суммирование, делимость. Переход от рекуррентного способа задания последовательности к заданию этой последовательности формулой n -го члена.

Тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Количество часов (2 часа в неделю)
	История понятия «функция»	2 часа
1	Историко-генетический подход к понятию «функция»	1
2	Графики вокруг нас	1
	Способы задания функции	2 часа
3	Способы задания функций	1
4	Область определения и множество значений функции, содержащих переменную под знаком модуля, под корнем, в знаменателе	1
	Свойства функций	4 часа
5	Четные и нечетные функции	1
6	Монотонность функции	1
7	Ограниченность функции	1
8	Исследование функции элементарными способами	1
	Графики функций	23 часа
9	Построение графиков функций	3
10	Геометрические преобразования графиков функций	3
11	Построение графиков, содержащих модуль, на основе геометрических преобразований	3
12	Графики кусочно-заданных функций	3
13	Графики дробно-линейной функции	3
14	Метод линейного сплайна	2
15	Функционально-графический метод решения уравнений	3
16	Применение графиков функций при решении задач с параметром	3
	«Графики улыбаются»	4 часа
17	Дидактическая игра «Восхождение на вершину знаний»	2
18	Презентация проектов «Графики улыбаются»	2
	«Преобразование двойных радикалов»	4 часа
19	Алгебраические действия в некотором выражении, содержащем двойные радикалы	1
20	Преобразование двойных радикалов	3
	«Некоторые приемы решения целых уравнений и систем уравнений второй степени с двумя переменными»	9 часов
21	Теоремы о корне многочлена и о целых корнях целого уравнения	1
22	Уравнения с одной переменной третьей и более высокой степени	3
23	Системы уравнений второй степени с двумя переменными	3
24	Симметрические системы уравнений	2
	Метод математической индукции	2 часа
27	Метод математической индукции	2

Система оценки знаний, умений, навыков

Безоценочная система. Презентация проектов «Графики улыбаются», представление решения уравнения или задачи на свой выбор любым изученным в ходе данного курса методом.

Литература

1. Сборник элективных курсов. Математика 8-9 классы/М. Е. Козина.- Волгоград: Учитель, 2007. – 137с.
2. Алгебра-8: учебник/автор: Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.Н. Нешков, С.Б. Суворова, «Просвещение», 2019.
3. Алгебра-9:учебник/ автор: Ю.Н.Макарычев, К.И.Нешков, С.Б.Суворова, «Просвещение», 2019 год
4. Математика.10-11 классы. Функции помогают уравнениям: элективный курс / авт.-сост. Ю.В. Лепехин. – Волгоград: Учитель, 2011. – 188с.
5. Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации. Учебное пособие/ А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Яценко и др.; под ред. И. В. Яценко; Московский Центр непрерывного математического образования. - Москва: «Интеллект-Центр», 2021
6. Научно-методический журнал «Квантор» Абсолютная величина в конкурсных экзаменах по математике (по материалам ведущих вузов страны) /под. ред. Голубева В. И.- «Полиграфкнига», журнал «Квантор» г.Нестеров,1991

Интернет-источники:

<http://mathege.ru>

<http://alexlarin.net/ege/matem/main.html>

<http://www.fipi.ru/>