

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Чувашский государственный аграрный университет»**  
**(ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ)**



СОГЛАСОВАНО

Директор *И.В. Давыдов*

*И.В. Давыдов*

*И.В. Давыдов* района

Чувашской Республики

*И.В. Давыдов*

« 26 » сентября 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ

Начальник учебно-методического  
управления

*Е.Ю. Егорова*

« 25 » сентября 2023 г.



**УЧЕБНЫЙ ПЛАН**

курса «Решение задач повышенной сложности по математике»

Агроклассы

Цель: повысить уровень компетентности при решении задач повышенной сложности по математике

Категория слушателей: школьники (10 класс)

Срок обучения: 7 месяцев

Форма обучения: очно-заочная

№	Наименование тем	Всего	Кол-во часов		Форма контроля
			Лекции	Практические занятия	
	<b>Алгебра и начала анализа</b>				
1	Текстовые задачи	3	0,5	2,5	-
2	Теория вероятностей	3,5	1	2,5	-
3	Графики функций	3	0,5	2,5	-
4	Простейшие уравнения	3,5	1	2,5	-
5	Содержательные задачи из разных областей наук	2,5	0,5	2	
6	Векторы	2,5	0,5	2	-
7	Экономическая задача	5	1	4	-
8	Уравнения и отбор корней	4	1	3	
	<b>Геометрия</b>				
9	Планиметрия: площади фигур	3,5	1	2,5	-
10	Планиметрия	3,5	1	2,5	
	Итоговая аттестация	-	-	-	тестирование
	<b>Итого</b>	<b>34</b>	<b>8</b>	<b>26</b>	

Руководитель программы

*Е.А. Деревянных*

(Деревянных Е.А.)

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Чувашский государственный аграрный университет»**  
**(ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ)**

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник учебно-методического  
управления

  
Е.Ю. Егорова  
«28» сентября 2023 г.



**ПРОГРАММА**  
**курса «Решение задач повышенной сложности по математике»**  
**Агроклассы**

**ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ НАГРУЗКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ**

Лекции	8
Практические занятия	26
Индивидуальные занятия	-
Всего	34
Итоговая аттестация	-

Чебоксары  
2023 г.

## 1. Цели и задачи дисциплины

**Целью** изучения курса «Решение задач повышенной сложности по математике» в агроклассах является повышение уровня компетентности школьников при решении задач повышенной сложности по математике.

### **Задачи:**

- расширить кругозор школьников в области современной математики;
- рассмотреть некоторые вопросы, не входящие в школьный курс математики;
- повысить уровень подготовки школьников по решению задач повышенной сложности, соответствующих заданиям части 2 КИМ по математике.

Выпускник агроклассов должен:

### **Знать/Понимать:**

- Свойства степеней, радикалов, логарифмов и тригонометрических функции;
- функции и их графики;
- виды уравнений и методы их решения;
- виды неравенств и методы их решения;
- простейшие математические модели;
- геометрические фигуры и тела, а также их свойства.

### **Уметь:**

- Выполнять практические расчеты по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- строить и исследовать простейшие математические модели;
- описывать и исследовать с помощью функций реальные зависимости, представляя их графически;
- решать геометрические, физические, экономические и другие прикладные задачи, в том числе задачи на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;
- анализировать реальные числовые данные, представленные в виде диаграмм, графиков, анализировать информацию статистического характера;
- исследовать (моделировать) несложные практические ситуации на основе изученных формул и свойств фигур; вычислять длины, площади и объемы реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- Адекватного применения математики для решения возникающих в повседневной жизни проблем.

## 2. Содержание и структура

### 2.1. Наименование тем

1. Текстовые задачи
2. Теория вероятностей
3. Графики функций
4. Простейшие уравнения
5. Содержательные задачи из разных областей наук
6. Векторы
7. Экономическая задача
8. Уравнения и отбор корней
9. Планиметрия: площади фигур
10. Планиметрия

### 2.2. Распределение времени по темам

№	Темы	Количество часов	
		ЛЗ	ПЗ
1	Текстовые задачи	0,5	2,5
2	Теория вероятностей	1	2,5
3	Графики функций	0,5	2,5
4	Простейшие уравнения	1	2,5
5	Содержательные задачи из разных областей наук	0,5	2
6	Векторы	0,5	2
7	Экономическая задача	1	4
8	Уравнения и отбор корней	1	3
9	Планиметрия: площади фигур	1	2,5
10	Планиметрия	1	2,5
Общая трудоемкость		8	26

### 2.3. Итоговая работа

Итоговый контроль знаний проводится с использованием соответствующих контрольно-измерительных материалов в виде теста, контролирующего освоение школьником программы обучения. Для получения зачета необходимо правильно ответить не менее чем на 50% вопросов.

### 3. Фонд оценочных средств

#### 3.1. Перечень вопросов по изучаемым темам

##### 1. Текстовые задачи

- 1.1. Задачи на движение. Связь между расстоянием, скоростью и временем движения
- 1.2. Задачи на работу. Связь между объемом, скоростью и временем работы
- 1.3. Задачи на смеси и сплавы. Понятие концентрации вещества
- 1.4. Задачи на составления систем уравнений

##### 2. Теория вероятностей

- 2.1. Классическое определение вероятности
- 2.2. Основные теоремы теории вероятностей

##### 3. Графики функций

- 3.1. Линейные функции
- 3.2. Параболы
- 3.3. Гиперболы
- 3.4. Иррациональные функции
- 3.5. Показательные и логарифмические функции
- 3.6. Тригонометрические функции

##### 4. Простейшие уравнения

- 4.1. Линейные уравнения.
- 4.2. Квадратные уравнения.
- 4.3. Рациональные уравнения.
- 4.4. Иррациональные уравнения.
- 4.5. Показательные уравнения.
- 4.6. Логарифмические уравнения.

##### 5. Содержательные задачи из разных областей наук

- 5.1. «Экономические» задачи
- 5.2. «Физические» задачи

##### 6. Векторы

- 6.1. Векторы и операции над ними

##### 7. Экономическая задача

- 7.1. Задачи на оптимальный выбор
- 7.2. Банки, вклады, кредиты

##### 8. Уравнения и отбор корней

- 8.1. Логарифмические и показательные уравнения, отбор корней
- 8.2. Тригонометрические уравнения и отбор корней
- 8.3. Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ
- 8.4. Уравнения смешенного типа

## 9. Планиметрия: площади фигур

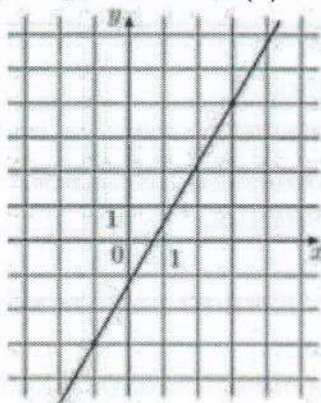
- 9.1. Прямоугольный треугольник
- 9.2. Равнобедренный треугольник
- 9.3. Треугольники общего вида
- 9.4. Параллелограммы
- 9.5. Трапеция
- 9.6. Произвольный многоугольник
- 9.7. Круг и сектор
- 9.8. Центральные и вписанные углы
- 9.9. Касательная, хорда, секущая
- 9.10. Вписанные окружности
- 9.11. Описанные окружности

## 10. Планиметрия

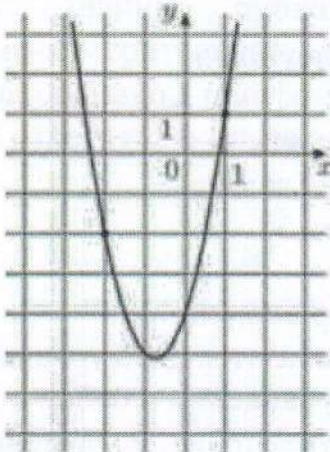
- 10.1. Многоугольники и их свойства
- 10.2. Окружности и треугольники
- 10.3. Окружности и четырехугольники
- 10.4. Окружности и системы окружностей
- 10.5. Задачи на доказательство и вычисление

### 3.2. Образцы тестовых заданий

1. На рисунке изображен график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(-5)$ .



2. На рисунке изображен график функции  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-5)$ .



3. Найдите корень уравнения  $\sqrt{x+2} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.
4. Решите уравнение  $(x-1)^2 = (x+6)^2$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.
5. Даны векторы  $\vec{a}(1; 2)$ ,  $\vec{b}(-3; 6)$ ,  $\vec{c}(4; -2)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .
6. Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p=500$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v=300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f=700000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p-v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.
7. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?
8. В треугольнике  $ABC$   $CH$  — высота,  $AD$  — биссектриса,  $O$  — точка пересечения  $CH$  и  $AD$ , угол  $BAD$  равен  $26^\circ$ . Найдите угол  $AOC$ . Ответ дайте в градусах.
9. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , внешний угол при вершине  $B$  равен  $102^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.
10. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна  $\frac{1}{5}$  длины окружности. Ответ дайте в градусах.
11. Какова вероятность того, что в случайном телефонном номере три последние цифры одинаковые?
12. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.
13. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
14. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.
15. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.
16. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 65% этих стекол, вторая — 35%. Первая фабрика выпускает

2% бракованных стекол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

17. Основания равнобедренной трапеции равны 17 и 87. Высота трапеции равна 14. Найдите тангенс острого угла.

18. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{4 - \log_2^2 x}$ .

19. Сколько целых положительных чисел входит в область значений функции  $y = 5\sin(3x - \pi) + 6,5$ .

20. Найдите область значений функции  $y = 4 - 2\sin^2 x$ .

21. Решите уравнение:  $2\sin(x - \frac{\pi}{2}) = 1$ .

22. Решите уравнение:  $\operatorname{ctg}^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 3 = 0$ .

23. Решите неравенство  $2 - \left(\frac{4}{9}\right)^{-0,5x} \geq (1,5)^x$ .

24. Решите неравенство  $0,16^x - 0,4^x \geq 0$ .

25. При плавном торможении автомобиля зависимость пройденного пути  $S$ , измеряемого в метрах, от времени  $t$ , прошедшего с момента начала торможения, и измеряемого в секундах, выражается законом:  $S(t) = 30t - 2,5t^2$ . Сколько метров проедет автомобиль от момента начала торможения до полной остановки?

26. Вычислите:  $\frac{\sqrt{48}}{2} \cdot \sqrt[4]{9}$ .

27. Решите уравнение:  $0,5^{\sqrt{x-3}} - 4 = 0$ .

28. Найдите наибольший корень уравнения:  $x - 4\sqrt[3]{x-2} = 2$ .

29. Найдите значение выражения:  $\left(\frac{1}{\log_5 c} + \frac{1}{\log_4 c}\right) \log_{20} 16$  при  $c = \sqrt{2}$ .

30. Решите уравнение:  $\log_2 x^2 = 8 - |x|$ , записав в ответе произведение его корней.

31. Спортсмен, стартуя с одного конца бассейна, доплывает до другого конца бассейна, поворачивает и плывет обратно. В тот момент, когда он поворачивает, по соседней дорожке навстречу ему выплывает другой спортсмен, который проплывет бассейн за 40 секунд. Первый спортсмен вернулся к месту своего старта через 16 секунд после того, как поравнялся со спортсменом, плывшим ему навстречу. Предполагая, что скорость спортсменов все время была постоянной, определите, через сколько минут после начала своего заплыва первый спортсмен вернулся к месту старта.

### 3.3. Примеры задач повышенной сложности

1. Решите уравнение:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} = \sqrt{|2x+19|}$ .

2. Решите уравнение:  $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} = \sqrt{|2x-4|}$ .

3. Укажите все значения аргумента  $x$  из отрезка  $[-\pi; \pi]$ , при которых расстояние от соответствующей точки графика функции  $y = \cos 2x - \sin x$  до оси  $Ox$  более



чем в два раза превосходит расстояние от оси  $Ox$  до соответствующей точки графика  $y = \sin x + 1$ .

4. Центр сферы, описанной вокруг пирамиды  $ABCD$ , лежит на ребре  $AB$ , а вершина  $D$  равноудалена от вершин  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если известно, что радиус описанной вокруг  $ABCD$  сферы равен  $\sqrt{5}$ , а косинус угла между ребром  $AC$  и гранью  $ABD$  равен  $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ .

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых оба числа  $\frac{4a+1}{a}$  и  $3\sqrt{a-1}$  являются решениями неравенства  $\frac{3-4\cos^2 x}{2\sin x - 1} \leq 0$ .

#### 4. Литература

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – М.: Просвещение, 2022. – 463 с.

2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. / А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов [и др.]. – М.: Просвещение, 2022. – 400 с.

3. Материалы для подготовки к сдаче ЕГЭ по математике 2022-2023 гг.

Программу составил:

Доцент кафедры математики, физики и информационных технологий  
Деревянных Е.А.

« \_\_\_ » сентября 2023 г.

  
\_\_\_\_\_

Согласовано:

Заведующий кафедрой математики,  
физики и информационных технологий,  
доцент к.ф.-м.н. Максимов А.Н.

« \_\_\_ » сентября 2023 г.

  
\_\_\_\_\_