

Многочлены. Алгебраические уравнения

(Урок обобщения и систематизации знаний в 10 классе)

Учитель математики:
Миронова Т.Н.

- **Цели:** Обобщить и систематизировать теорию о многочленах от одной переменной, многочленах от нескольких переменных, приемы решения целых алгебраических уравнений в стандартных и нестандартных ситуациях.
- **Задачи:**
- повторить деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и следствие, теорему о целом корне многочлена, схему Горнера;
- сформировать у учащихся умения и закрепить навыки решения алгебраических уравнений;
- научить применять ключевые задачи не только в знакомой, но в модифицированной и незнакомой ситуациях.

- Тема “Многочлены. Алгебраические уравнения” (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных), актуальна, умение делить “углом” многочлен на многочлен, теорема Безу, следствие теоремы Безу, использование схемы Горнера при решении уравнений высших степеней позволит вам справиться с наиболее сложными заданиями ЕГЭ за курс средней школы.
- Не надо бояться ошибиться, совет учиться на ошибках другого бесполезен, научиться чему-либо можно только на собственных ошибках. Будьте активны, внимательны.

Формулы сокращенного умножения

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- **Найти разложение бинома**
- $(x + y)^5$
- $(1 + 2a)^4$
- $(x - y)^6$

Треугольник Паскаля

					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
1	1	5		10		10	5	1		
	1	6	15		20		15	6	1	
1	7	21	35		35		21	7	1	

Найти разложение бинома

- № 1. $(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$
- № 2 $(1 + 2a)^4 = 1^4 + 4 \cdot 1^3 \cdot 2a + 6 \cdot 1^2 \cdot (2a)^2 + 4 \cdot 1^1 \cdot (2a)^3 + (2a)^4 =$
 $1 + 8a + 24a^2 + 32a^3 + 16a^4$
- №3 $(x - y)^6 = (x + (-y))^6 = x^6 + 6x^5(-y) + 15x^4(-y)^2 + 20x^3(-y)^3 +$
 $15x^2(-y)^4 + 6x(-y)^5 + y^6 = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6.$

Интересные факты французского математика Блеза Паскаля

- Блез Паскаль умер в 39 лет, но, несмотря на столь короткую жизнь, он вошел в историю как выдающийся математик, физик, философ и писатель. Его именем благодарными потомками названы единица давления (паскаль) и получивший чрезвычайно широкое распространение язык программирования. Но, наверное, самой известной математической работой Блеза Паскаля является “Трактат об арифметическом треугольнике”, образованном биномиальными коэффициентами, который имеет применение в теории вероятностей, комбинаторики, математическом анализе, теории чисел и обладает удивительными и занимательными свойствами. Кстати, одну из первых теорем в проективной геометрии Паскаль доказал в возрасте 16 лет.
- Именно И.Ньютон в 1664–1665 гг. вывел формулу, выражающую степень двучлена для произвольных дробных и отрицательных показателей.

Разложить на множители:

- $x^3 - 3x^2 + 3x - 9$
- $3x^3 - x^2 + 27x - 9$
- $x^5 - x^4 - 5x^3 + x^2 + 8x + 4$

Решить уравнение

- 1) $x^3 - 7x + 6 = 0$
- 2) $x^3 - 19x - 30 = 0$
- 3) $6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 = 0$

Разделить $(x^7 - 2x^4 + 27x + 3)$ на $(x + 2)$,
используя схему Горнера

	1	0	0	-2	0	0	27	3
-2								

Разделить $(x^7 - 2x^4 + 27x + 3)$ на $(x + 2)$,
используя схему Горнера

	1	0	0	-2	0	0	27	3
-2	1	$0 + (-2) \cdot 1 = -2$	$0 + (-2) \cdot (2) = -4$	$-2 + 4 \cdot (-2) = -10$	$0 + (-10) \cdot (2) = -20$	$0 + 20 \cdot (-2) = -40$	$27 + (-40) \cdot (2) = 107$	$3 + 107 \cdot (-2) = -211$

- $$x^7 - 2x^4 + 27x + 3 =$$

$$= (x + 2) (x^6 + 2x^5 + 4x^4 - 10x^3 + 20x^2 - 40x + 107) - 211$$

Применение Теоремы Безу

- Найти остаток от деления многочлена

$p(x) = 2x^2 - x - 3$ на двучлен $(x-2)$

Теорема Безу:

Остаток от деления многочлена $p(x)$ ненулевой степени на двучлен $(x-a)$ равен $p(a)$ (т.е. значению многочлена $p(x)$ при $x=a$).

Найти остаток от деления многочлена $p(x) = 2x^2 - x - 3$ на двучлен $(x-2)$.

Решение:

$$p(2) = 2 \cdot 2^2 - 2 - 3 = 3$$

Ответ: $r=3$

Решить симметрическую систему

- Многочлен $p(x; y)$ называют симметрическим, если он сохраняет свой вид при одновременной замене x на y и y на x
- Систему двух уравнений с двумя переменными называют симметрической системой, если оба ее уравнения – симметрические.

$$\begin{cases} x^3 + x^3 y^3 + y^3 = 17. \\ x + x y + y = 5. \end{cases}$$

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ x^4 + y^4 = 17 \end{cases}$$

Спасибо за урок